

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
<b>Naziv kolegija</b>	Linearna algebra II	
<b>Studijski program</b>	Sveučilišni prijediplomski studij Fizika	
<b>Godina</b>	1. godina	
<b>Status kolegija</b>	Obvezatan	
<b>Web stranica kolegija</b>	<a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a>	
<b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b>	Da	
<b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>	<b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>	8
	<b>Broj sati (P+V+S)</b>	45+45+0
<b>Nositelj kolegija</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Marijana Butorac</b>
	<b>Ured</b>	O-323
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	ponedjeljak: 12:00-13:30
	<b>Telefon</b>	584-655
	<b>e-adresa</b>	<a href="mailto:mbutorac@math.uniri.hr">mbutorac@math.uniri.hr</a>
<b>Suradnici na kolegiju</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Matteo Mravić</b>
	<b>Ured</b>	O-524
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	Srijedom: 10:30-12:00 ili po dogovoru
	<b>Telefon</b>	584-689
	<b>e-adresa</b>	<a href="mailto:matteo.mravic@math.uniri.hr">matteo.mravic@math.uniri.hr</a>
	<b>Ime i prezime</b>	<b>Ines Radošević Medvidović</b>
	<b>Ured</b>	O-317
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	Srijedom: 8:00-10:00 ili po dogovoru
	<b>Telefon</b>	584-669
	<b>e-adresa</b>	<a href="mailto:inesr@math.uniri.hr">inesr@math.uniri.hr</a>

### 1. OPIS KOLEGIJA

#### 1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s osnovama linearne algebre. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- analizirati rješivost sustava linearnih jednadžbi i strukturu skupa rješenja;
- definirati linearnu mnogostrukost;
- razlikovati i primjenjivati različite načine rješavanja linearnih sustava;
- definirati karakteristični i minimalni polinom i analizirati njihova svojstva;
- definirati svojstvene vrijednosti linearnog operatora, analizirati njihova svojstva i opisati način njihovog određivanja;
- argumentirano primjenjivati kriterije dijagonalizacije linearnog operatora;
- definirati Jordanovu formu matrice;
- definirati unitarne prostore i normu, analizirati Cauchy-Schwarzovu nejednakost;
- definirati ortonormiranu bazu i ortogonalni komplement, te opisati Gram - Schmidtov postupak ortogonalizacije;
- uvesti koncepte operatora na unitarnim prostorima;
- definirati glavne osobine unitarnih, ortogonalnih, hermitskih, simetričnih i antihermitskih matrica;
- analizirati kvadratne forme.

## 1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija Linearna algebra II u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike, posebice s kolegijima Linearna algebra I, Euklidski prostori i Matematička analiza I i II.

## 1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

11. riješiti zadatke primjenom različitih metoda rješavanja sustava linearnih jednadžbi (A6, B6, C6, D3, E3, F3),
12. klasificirati svojstva linearnog operatora (unitarni operatori, ortogonalni operatori, simetrični i antisimetrični operatori, hermitski i antihermitski operatori) (A6, B6, C6, D3, E4, F3),
13. argumentirano primijeniti operacije s vektorima u rješavanju zadataka (A6, B6, C6, D5, E4, F5),
14. odrediti Jordanovu formu matrice (A4, B4, C3, D2, E2, F2),
15. konstruirati ortonormiranu bazu unitarnog prostora (A6, B6, C6, D4, E3, F5),
16. koristiti vektorske i matrične norme u rješavanju zadataka (A6, B6, C3, D2, E2, F2),
17. razlikovati unitarne, normirane i metričke prostore (A6, B6, C3, D2, E2, F2),
18. analizirati kvadratne forme (A4, B4, C3, D2, E2, F2),
19. matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A6, B6, C6, D6, E5, F5).

## 1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Sustavi linearnih jednadžbi. Cramerovi sustavi. Homogeni i nehomogeni sustavi. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.

Karakteristični i minimalni polinom. Invarijantni potprostori. Svojstvene vrijednosti linearnog operatora. Jordanova forma matrice.

Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski. Norma. Metrika. Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori. Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori. Simetrični operatori i kvadratne forme.

## 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja  
 seminari i radionice  
 vježbe  
 e-učenje  
 terenska nastava  
 praktična nastava  
 praktikumska nastava

- samostalni zadaci  
 multimedija i mreža  
 laboratorijski rad  
 projektna nastava  
 mentorski rad  
 konzultativna nastava  
 ostalo \_\_\_\_\_

## 1.6. Komentari

## 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave, ostvariti određen broj bodova kroz semestar te položiti završni ispit.

### KOLOKVIJI (60 bodova)

Tijekom semestra bit će zadana dva pismena kolokvija sa zadacima iz linearne algebre. Na svakom kolokviju moguće je ostvariti maksimalnih 30 bodova.

### TESTOVI (10 bodova)

Tijekom semestra organizirat će se dva testa u svrhu provjere razumijevanja gradiva s predavanja. Na svakom testu student može skupiti najviše 5 bodova.

### POPRAVNE AKTIVNOSTI

Svaki će student imati mogućnost popravljati jedan ili oba kolokvija u terminima predviđenim izvedbenim planom i programom. Bodovi ostvareni na kolokvijima koji se žele popravljati se brišu te se mjerodavnim smatraju bodovi ostvareni na ponovljenim (popravnim) kolokvijima.

### 1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Sustavi linearnih jednadžbi. Cramerovi sustavi. Homogeni i nehomogeni sustavi. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Karakteristični i minimalni polinom. Invarijantni potprostori. Svojstvene vrijednosti linearnog operatora. Jordanova forma matrice. Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori. Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori. Simetrični operatori i kvadratne forme.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I3	Cjelokupni sadržaj kolegija.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I4	Karakteristični i minimalni polinom. Invarijantni potprostori. Svojstvene vrijednosti linearnog operatora. Jordanova forma matrice.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I5	Gram-Schmidov postupak ortogonalizacije.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I6	Norma. Metrika.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I7	Unitarni prostori. Norma. Metrika.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I8	Simetrični operatori i kvadratne forme.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I9	Cjelokupni sadržaj kolegija.	predavanja, rasprava, auditorne vježbe, samostalni rad ( <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> – dodatni materijali predviđeni za samostalni rad studenata)	pisane provjere znanja, usmeni ispit
		U nastavi će se primjenjivati: metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora i metoda čitanja i rada na tekstu.	

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70 (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). Kroz

sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50% ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na ispitu je moguće ostvariti maksimalno 30 bodova. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	30
<b>UKUPNO:</b>	35
<b>OSTALI UVJETI:</b>	/

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. D. Bakić: Linearna algebra, Školska knjiga, Zagreb, 2008.
2. P. R. Halmos, Finite Dimensional Vector Spaces, Van Nostrand, New York, 1958.
3. K. Horvatić: Linearna algebra, monografija (više izdanja)
4. S. Kurepa: Uvod u linearnu algebru, Školska knjiga, Zagreb (više izdanja)

### 3.2. Dodatna literatura

1. Aglič Aljinović, N. Elezović: Linearna algebra: zbirka zadataka, Zagreb : Element, 2003.
2. D. Bakić: Linearna algebra, Školska knjiga, Zagreb, 2008.
3. L. Čaklović: Zbirka zadataka iz linearne algebre, Školska knjiga, Zagreb, 1976.
4. J. Dieudonne: Linearna algebra i elementarna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1977.
5. S. Kurepa: Konačnodimenzionalni vektorski prostori, Liber, Zagreb, 1992.
6. D. Bakić: Linearna algebra i primjene, Školska knjiga, Zagreb, 2021.

## 4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

### 4.1. Pohađanje nastave

Studenti su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali.

**Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave, na kolokvijima i ispitima. Studenti su dužni poštovati norme Etičkog kodeksa Sveučilišta u Rijeci.**

### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

#### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se poučavanje usmjereno studentu i aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sustava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

#### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

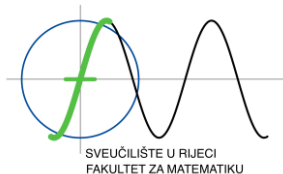
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

#### 4.5. Ispitni rokovi

<b>Ljetni</b>	30.06.2025. u 8:30
	14.07.2025. u 8:30
<b>Jesenski</b>	28.08.2025. u 8:30
	11.09.2025. u 8:30

### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2024/2025.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
04.03.2025.	8:15-11:00	AV	Ponavljanje gradiva LAI potrebnog za kolegij LAII. Rješivost sustava linearnih jednadžbi.	SVI	O-S31
05.03.2025.	14:15-17:00	P	Rješivost sustava linearnih jednadžbi. Cramerovi sustavi.	SVI	O-027
11.03.2025.	8:15-11:00	AV	Cramerovi sustavi. Homogeni i nehomogeni sustavi.	SVI	O-S31
12.03.2025.	14:15-17:00	P	Homogeni i nehomogeni sustavi. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.	SVI	O-027
18.03.2025.	8:15-11:00	AV	Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.	SVI	O-S31
19.03.2025.	14:15-17:00	P	Svojtvene vrijednosti linearnog operatora.	SVI	O-027
25.03.2025.	8:15-11:00	AV	Svojtvene vrijednosti linearnog operatora.	SVI	O-S31
26.03.2025.	14:15-17:00	P	Karakteristični i minimalni polinom.	SVI	O-027
01.04.2025.	8:15-11:00	AV	Karakteristični i minimalni polinom.	SVI	O-S31
02.04.2025.	14:15-17:00	P	Invarijantni potprostori.	SVI	O-027
08.04.2025.	8:15-11:00	AV	Invarijantni potprostori.	SVI	O-S31
09.04.2025.	14:15-17:00	P	Jordanova forma matrice.	SVI	O-027
15.04.2025.	8:15-11:00	AV	Jordanova forma matrice.	SVI	O-S31
16.04.2025.	14:15-17:00	P	Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski.	SVI	O-027
<b>22.04.2025.</b>	<b>8:15-11:00</b>	<b>AV</b>	<b>1.KOLOKVIJ</b>	<b>SVI</b>	<b>O-027/O-S31</b>
23.04.2025.	14:15-17:00	P	Norma. Metrika. <b>1.TEST</b>	SVI	O-027
29.04.2025.	8:15-11:00	AV	Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski.	SVI	O-S31
30.04.2025.	14:15-17:00	P	Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije.	SVI	O-027
06.05.2025.	8:15-11:00	AV	Norma. Metrika.	SVI	O-S31
07.05.2025.	14:15-17:00	P	Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. Operatori na unitarnim prostorima.	SVI	O-027



<b>09.05.2025.</b>	<b>17:00-20:00</b>		<b>POPRAVAK 1.KOLOKVIJA</b>		<b>O-027</b>
13.05.2025.	8:15-11:00	AV	Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije.	SVI	O-S31
14.05.2025.	14:15-17:00	P	Unitarni operatori.	SVI	O-027
20.05.2025.	8:15-11:00	AV	Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori.	SVI	O-S31
21.05.2025.	14:15-17:00	P	Unitarni operatori. Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori.	SVI	O-027
27.05.2025.	8:15-11:00	AV	Unitarni operatori. Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori. Simetrični operatori.	SVI	O-S31
28.05.2025.	14:15-17:00	P	Hermitski operatori. Simetrični operatori.	SVI	O-027
03.06.2025.	8:15-11:00	AV	Hermitski operatori. Simetrični operatori. Kvadratne forme	SVI	O-S31
04.06.2025.	14:15-17:00	P	Kvadratne forme.	SVI	O-027
<b>10.06.2025.</b>	<b>8:15-11:00</b>	<b>AV</b>	<b>2.KOLOKVIJ</b>	<b>SVI</b>	<b>O-027/O-S31</b>
11.06.2025.	14:15-17:00	P	Završno predavanje. <b>2.TEST</b>	SVI	O-027
<b>18.06.2025.</b>	<b>14:15-17:00</b>		<b>POPRAVAK 2. KOLOKVIJA</b>		<b>O-027</b>

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

*Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari